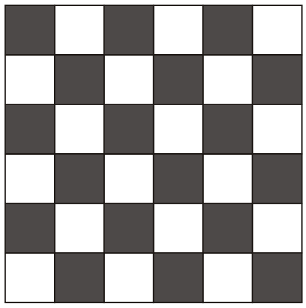
Зимний тур XXVIII Турнира Архимеда
20.01.2019
Условия задач

Задача 1 (3+3 балла). (Дроби) Дано выражение: $\frac{2019*217*20*19*8}{2018*101*20*18*11}$.

Можно ли вместо звёздочек поставить знаки «+» и «–» так, чтобы после вычислений получилось: а) $\frac{7}{6}$; б) $\frac{11}{9}$? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.

Задача 2 (6 баллов). (Старинная задача) Два пеших посыльных отправились из штаба армии в дальние гарнизоны с пакетами: один – на юг, а другой – через 15 мин после первого – на север. Еще через 15 мин начальник штаба понял, что забыл вложить в пакеты письма и послал велосипедиста исправить ошибку. Догнав посыльного, велосипедист мгновенно передаёт письмо, мгновенно разворачивается и едет обратно. Скорости посыльных постоянны и равны, а скорость велосипедиста в 2 раза больше. Через какое наименьшее время велосипедист может выполнить приказ и вернуться в штаб?



Задача 3 (7 баллов). (Гномы и эльфы) В каждой черной клетке на клетчатом поле 6×6 (см. рис.) живет гном, в каждой белой – эльф. Во вторник у каждого из них было не менее одной монеты. В среду каждый эльф дал каждому своему соседу-гному столько монет, сколько у этого гнома было во вторник. В пятницу каждый гном дал каждому своему соседу-эльфу столько монет, сколько у этого эльфа было в четверг. В другие дни монеты не передавались. Могло ли оказаться, что после этого у каждого эльфа и каждого гнома стало столько же монет, сколько было во вторник? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.

Задача 4 (6 баллов). (Марафон) На острове рыцарей и лжецов прошел марафонский забег. После забега каждому жителю острова задали 2 вопроса: «Участвовали ли Вы в забеге?» и «Добежали ли Вы до финиша?». Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а на вопросы отвечали «Да» или «Нет». На первый вопрос 50% опрошенных ответили «Да». На второй вопрос 45% опрошенных ответили «Нет». Кого среди участников забега, не добежавших до финиша, больше: рыцарей или лжецов?

Задача 5 (7 баллов). (Крестики-нолики) Требуется расставить в квадратной таблице 6×6 крестики и нолики так, чтобы внутри любого квадрата 3×3 крестиков было больше, чем ноликов, а внутри любого квадрата 5×5 ноликов было больше, чем крестиков. Возможно ли это? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.

Задача 6 (7 баллов). (Мешки с алмазами) На лавке стоят два пустых мешка: чёрный и белый и лежит много мелких алмазов. Кощей Бессмертный и Баба-Яга играют в игру: по очереди кладут алмазы в мешки. Кощей каждым своим ходом имеет право положить либо два алмаза в белый мешок, либо один − в чёрный, а Баба-Яга − либо два алмаза в чёрный мешок, либо один − в белый. Начинает Кощей. Побеждает тот, после хода которого в каком-нибудь мешке окажется больше 2019 алмазов. Кто может гарантированно победить и как для этого нужно играть?