

Задача 1. (4 балла) **Лиза** утверждает, что ее средний балл по математике в первой четверти был 3,5, а во второй четверти – 4,5, а всего за это время она получила 11 оценок по математике. Могло ли это быть правдой? (Возможные оценки – 1, 2, 3, 4, 5)

Ответ: нет

Решение.

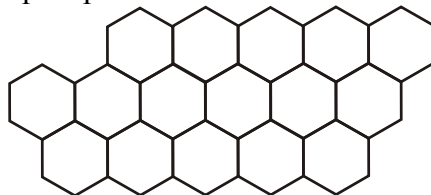
Т.к. оценок нечетное количество, то одной из четвертей их было точно нечетное количество. Но тогда в такой четверти сумма оценок была не целым числом, что быть не может, т.к. все оценки целые числа.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

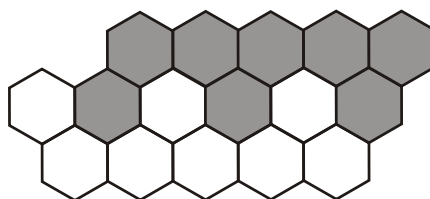
Только ответ – 0 баллов

Верное решение – 4 балла

Задача 2. (5 баллов) **На столе** лежит фигура, вырезанная из картона. Требуется разрезать ее на две равные части так, чтобы их можно было совместить наложением. Резать можно по линиям сетки. Фигуры можно вращать и переворачивать.



Ответ: см. рис.



ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Верный рисунок – 5 баллов

Задача 3. (5 баллов) **Велосипедист** поднимается на вершину холма по дороге со скоростью 3 км/ч, а затем спускается по той же дороге в исходную точку в три раза быстрее. Известно, что на весь путь (спуск и подъем) он затратил 6 ч. Какова длина пути?

Ответ: 27 км.

Решение.

Скорость, увеличилась в три раза, следовательно, время уменьшилось в три раза. Путь вверх равен пути вниз. Вверх он двигался в 3 раза медленнее, поэтому потратил в 3 раза больше времени, чем на дорогу вниз. То есть из 6 часов, полтора часа ушло на дорогу вниз, а 4 часа с половиной на дорогу вверх.

Итого:

вниз – 1 час 30 мин $\times$ 9 км/ч = 13,5 км,

вверх – 4 часа 30 мин $\times$ 3 км/ч = 13,5 км, то есть весь путь – 27 км.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Верный ответ – 1 балл

Замечено (указано), что путь вниз занимает в 3 раза меньше времени, чем путь вверх – 1 балл

Ответ 13,5 с верными вычислениями – 2 балла

Верные вычисления без пояснений – 3 балла

Арифметическая ошибка при верном ходе решения – 1 балл

Задача 4. (6 баллов) Сказал **Кошей Бессмертный** Ивану-царевичу:

«Угадаешь число N , которое я задумал, получишь приз – N золотых монет, не угадаешь – проведешь N недель – в темнице. Про число N подскажу лишь:

- N – двузначное число;
- если N не делится нацело на 6, то оно больше 40, но меньше 49;
- если N не делится нацело на 7, то N больше 60, но меньше 69;
- если N не делится нацело на 8, то N больше 80, но меньше 89.»

Иван-царевич подумал и смог избежать темницы. Чему равно число N ?

Ответ: 84.

Решение.

1) Заметим, что если загаданное число не делится нацело на одно из трех чисел (6, 7 или 8), то оно должно делиться нацело на два оставшиеся, т.к. в противном случае N не будет удовлетворять условию интервалов возможных чисел (они не пересекаются).

2) Число N не может быть кратно всем трем числам, т.к. наименьшее число, удовлетворяющее этому условию – 168, т.е. трехзначное.

Таким образом, из 1) условия возможны следующие числа:

Если число не делится на 6 нацело, то число делится на 7 и 8 и такое число 56.

Если число не делится на 7 нацело, то число делится на 8 и 6 и такие числа 24, 48, 72 и 96.

Если число не делится на 8 нацело, то число делится на 6 и 7 и такие числа 42 и 84.

Среди указанных интервалов (для «6» – 41-48; для «7» – 61-68; для «8» – 81-88) удовлетворяет только случай с числом 84 (не делится нацело на 8 и делится на 7 и 6).

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Верный ответ – 1 балл

Показано (указано, что не пересекаются интервалы), что если число не делится нацело на одно из трех чисел, то оно должно делиться нацело на два оставшиеся – +3 балла

Рассмотрены возможные числа и сделан верный вывод – +1 балл

Рассмотрен случай, что число делится на все 3 числа – +1 балл

Верный ответ + неверный ответ – 0 баллов

Верный ответ + «следы перебора» (рассмотрена часть случаев) – 2 балла

Верный ответ + ограничения перебора (например, по делимости) – 3 балла

Рассмотрены 24 случая (числа в интервалах) без пояснения – 5 баллов

Задача 5. (7 баллов) **На гранях кубика** написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 в некотором порядке. Если в соседних гранях кубика написаны числа, отличающиеся на 1, то их общее ребро красим в синий цвет. Какое наименьшее количество синих ребер может быть в таком кубике?

Ответ: 2.

Решение.

Количество пар не соседних чисел (отличающихся на 2 и более) среди первых шести чисел равно 10, а количество ребер равно 12, так что два синих ребра будут обязательно.

Пример.

1 и 2 на противоположных гранях, 3, 4, 5, 6 – на боковых гранях.

Ребра 2-3 и если 3 не соседствует с 4, то 3-4 противоположны и 4-5 – соседние.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Верный ответ – +1 балл

Приведен верный пример – +2 балла

Приведена оценка, что должно быть 2 синих ребра обязательно (Количество пар чисел равно 10, а количество ребер равно 12) – +4 баллов

Рассуждения на частных примерах – 1 балл

Задача 6. (7 баллов) **За круглым столом** совещались Рыцари и Лжецы (Рыцари всегда говорят правду, Лжецы всегда лгут). Перед совещанием каждый ответил на два вопроса:

- 1) «Кто Вы, рыцарь или лжец?»;
- 2) «Кто сидит слева от Вас – рыцарь или лжец?»

На первый вопрос все единодушно ответили – «рыцарь». На второй – двое ответили – «рыцарь», а все остальные – «лжец».

После совещания им задали еще один вопрос:

- 3) «Кто сидит справа от Вас – рыцарь или лжец?»

Как они ответили на него? Ответ объясните.

Ответ: двое ответили – «рыцарь», а все остальные – «лжец».

Решение:

1) На первый вопрос: «*Кто Вы, рыцарь или лжец?*»; как бы они не сидели, все ответили «рыцарь» (все рыцари сказали правду, а все лжецы соврали)

2) На второй вопрос: «*Кто сидит слева от Вас – рыцарь или лжец?*» ответить "рыцарь" могли:

а) рыцари, слева от которых действительно сидели рыцари, то есть таких пар должно быть две. То есть так: ... *РР* ... *РР* или так ... *РРР*

б) лжецы, слева от которых сидели лжецы

То есть так: ... *ЛЛ* ... *ЛЛ* или так ... *ЛЛЛ*

На второй вопрос: «*Кто сидит слева от Вас – рыцарь или лжец?*» ответить «лжец» могли

а) рыцари, слева от которых действительно сидели лжецы, то есть таких пар должно быть две.

То есть так: ... *ЛР*

б) лжецы, слева от которых сидели рыцари

То есть так: ... *РЛ* ...

Искомое расположение: рыцари и лжецы за круглым столом чередуются *РЛРЛРЛ...* и одно из пяти: а) три рыцаря рядом; б) три лжеца рядом; в) две пары рыцарей; г) две пары лжецов; д) одна пара рыцарей и одна пара лжецов.

Во всех этих случаях, ответ на вопрос: «*Кто сидит справа от Вас – рыцарь или лжец?*» ответят «рыцарь» (из групп ... *РР* ... *ЛЛ* или ... *РРР* *ЛЛЛ* ...), остальные - «лжец»

Ответ: ответ будет тот же, что и на второй вопрос: двое ответят – «рыцарь», остальные – «лжец».

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Верный ответ – +1 балл

Указаны все возможные рассадки, при которых получается ответ на вопрос (или объяснено как эти рассадки устроены, показано, что во всех случаях получается правильный ответ) + 6 баллов

Не указаны тройки рыцарей и лжецов – 3 балла

Рассмотрена часть случаев – 2-5 баллов