

1. (4 балла) **Записано неверное равенство.** $2022 = 295$. Превратите это равенство в верное, поставив между некоторыми цифрами какие-нибудь знаки арифметических действий (кроме сложения) и (если требуется) скобки. Достаточно привести один пример.

Ответ:

$$(20 : 2) - 2 = 2 \cdot (9 - 5)$$

$$(2 - 0) \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot (9 - 5)$$

$$(2 - 0) : 2 : 2 = 2 : (9 - 5)$$

$$(2 - 0) : (2 \cdot 2) = 2 : (9 - 5)$$

Критерии:

Верный пример – 4 балла

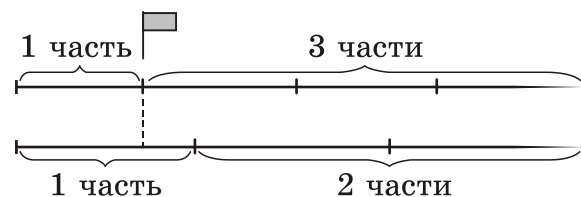
2. (5 баллов) **Поход в горы.** Известно, что до первого привала туристы прошли в 3 раза меньше, чем им оставалось пройти, а когда прошли еще 2 км, то уже пройдено было в 2 раза меньше, чем им оставалось пройти. Найдите длину маршрута.

Ответ. 24 км.

Решение.

Первый способ.

До первого привала туристы прошли в 3 раза меньше, чем им осталось пройти: прошли 1 часть, осталось пройти 3 такие же части, т. е. прошли $\frac{1}{4}$ длины маршрута. Когда они прошли 2 км после привала, то прошли расстояние, в 2 раза меньше, чем им осталось пройти: прошли 1 часть (более крупную, чем раньше), осталось пройти 2 такие же части, т. е. прошли $\frac{1}{3}$ длины маршрута.



$$1) \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \text{ (длины маршрута) — приходится на 2 км;}$$

$$2) 2 \cdot 12 = 24 \text{ (км) — длина маршрута.}$$

Второй способ.

Задачу можно решить уравнением.

Пусть до первого привала туристы прошли x км. Тогда им осталось пройти $3x$ км. Когда они прошли 2 км после привала, то они прошли $(x + 2)$ км и им осталось пройти $(3x - 2)$ км, причём $(x + 2)$ в 2 раза меньше, чем $(3x - 2)$. Составим уравнение и решим его:

$$3x - 2 = 2(x + 2).$$

Это уравнение имеет единственный корень 6, значит, длина маршрута равна: $6 + 3 \cdot 6 = 24$ км.

Критерии:

Верный ответ без обоснования, но с проверкой ответа – 1 балл

Верно составлено уравнение, но допущена арифметическая ошибка – 3 балла

3. (5 баллов) В Волшебной стране автомат по продаже мороженого продаёт эскимо стоимостью 73 гроша. Для этого нужно бросить в автомат несколько монет на общую сумму ровно 73 гроша (если бросить больше или меньше, автомат не сработает, сдачу автомат не выдаёт). У Кати имеются монеты достоинством в 6 и 9 грошей (других нет), у Лены – в 4, 6 и 14 грошей (других нет). У Оли – в 13 и 19 грошей (других нет), у Даши – в 9 и 7 грошей (других нет). У Маши – в 6, 10 и 15 грошей (других нет). Кто из девочек сможет купить эскимо? (Запас монет у каждой достаточный). Ответ нужно обосновать.

Ответ: Даша и Маша.

Решение

1) Катя НЕ сможет. Номиналы всех её монет кратны 3, а стоимость мороженого нет.

2) Лена НЕ сможет. Номиналы всех её монет чётные, а стоимость мороженого нет.

3) Оля НЕ сможет. Заметим, что монет в 19 грошей она может использовать не более 3, иначе их общая сумма будет $19 \cdot 4 = 76$ (грошей) или более.

Если монет в 19 грошей использовано соответственно 0, 1, 2 или 3, то монетами в 13 грошей надо оплатить оставшуюся часть суммы, т. е. 73, 54, 35 или 16 грошей. Но все эти числа не кратны 13.

4) Даша сможет купить эскимо: $9 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 45 + 28 = 73$ (гроша).

5) Маша сможет купить эскимо: $6 \cdot 3 + 10 \cdot 1 + 15 \cdot 3 = 18 + 10 + 45 = 73$ (гроша).

Критерии.

Обоснование ответа про каждую девочку – +1 балл

4. (6 баллов) Есть пять карточек А, В, С, D, E, на обороте каких-то трёх из них нарисованы крестики, а двух – нолики. Можно указать на любые две карточки и спросить, одинаковые или разные знаки нарисованы у них на обороте. Можно ли, задав не более трёх таких вопросов, выяснить, что нарисовано на обороте по меньшей мере трёх карточек? Если да, запишите, как это сделать. Если нет, объясните почему.

Ответ: можно.

Решение:

Если знаки одинаковые, пишем «О», если разные – «Р».

1-й и 2-й вопросы зададим про пару АВ и пару АС. Возможны четыре ответа.

(1) О и О.

Это значит, что знаки О на всех трёх карточках А, В, С, т. е. на А, В, С крестики, и поэтому на D, E нолики. За два вопроса удалось установить знаки на всех пяти карточках.

(2) Р и Р.

Это значит, что на карточках В, С один какой-то знак, а на карточке А другой.

3-й вопрос зададим про пару DE.

Если ответ О, то знак на паре DE не может быть такой же, как на паре BC (иначе было бы 4 одинаковых знака), значит, знак на паре DE такой же, как на А, и тем самым, на А, D, E крестики, и поэтому на В, С нолики. Удалось установить знаки на всех пяти карточках.

Если ответ Р, то на одной из карточек D, E (на какой именно, неизвестно) знак такой же, как на карточках В, С, и понятно, что это крестик. Таким образом, на карточках В, С крестики, а на карточке А нолик. Удалось установить знаки на трёх карточках.

(3) О и Р.

Это значит, что на карточках А, В один какой-то знак, а на карточке С другой.

3-й вопрос зададим про пару DE, после чего рассуждаем аналогично (2).

(4) Р и О.

Это значит, что на карточках А, С один какой-то знак, а на карточке В другой.

3-й вопрос зададим про пару DE, после чего рассуждаем аналогично (2).

Критерии.

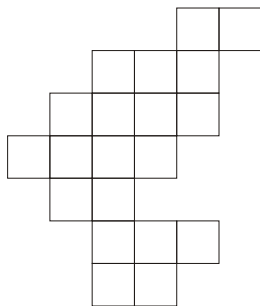
Полное решение (рассмотрены все случаи) – 6 баллов

Рассмотрен только один случай – 2 балла

Рассмотрены два случая, но не установлено, что остальные аналогичны им – 4 балла

В каждом случае за неполное обоснование снимается 1 балл

5. (7 баллов) **Дана фигура**, нарисованная на клетчатой доске (см. рис). Можно ли её разрезать (по линиям сетки) на 5 фигур одинаковой площади, но не совпадающих при наложении?



Ответ: нельзя.

Решение: Заметим, что площадь доски 20, значит, разрезали на тетраминошки (фигуры из 4 клеток). Таких фигур всего 5 (с точностью до поворота и переворота).

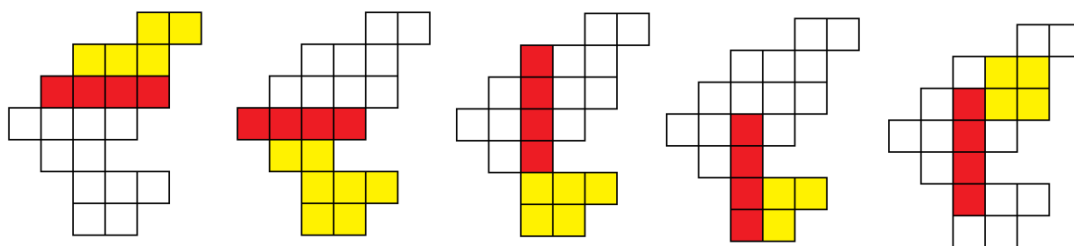


Значит, все эти фигуры присутствуют. Далее рассуждать можно разными способами.

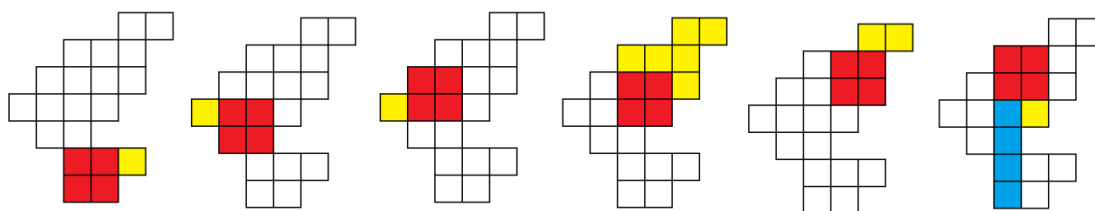
1) Рассмотрим, где может быть фигура 1×4.

На первых четырёх рисунках, она разбивает доску на части, хотя бы одна из которых имеет площадь не кратную 4, значит, дальнейшее разбиение невозможно.

На последнем рисунке после вырезания фигуры 1×4 можно единственным способом вырезать квадрат 2×2, после чего дальнейшее разбиение невозможно.



2) Можно рассмотреть, где может быть фигура 2×2. Часть случаев отрезает кусок, который нельзя разбить. А в одном однозначно можно поставить фигуру 1×4, и снова далее нельзя.



Критерии:

Приведён полный перебор случаев для любого из вариантов – 7 баллов

Верный ответ с неполным перебором случаев – 3 балла