

Весенний тур XXIII Турнира Архимеда

6 апреля 2014.

5 класс.

Личный тур.

1. (4 балла) Клетки квадрата 5×5 раскрасьте в 5 различных цветов так, чтобы никакие две соседние клетки (по горизонтали, вертикали или диагонали) не были одного цвета.

Решение. Например: (Б – белый, К – красный, Ж – желтый, С – синий, Ч – черный)

Б	Ч	Б	К	Ч
Ж	К	Ж	С	Б
Б	Ч	Б	Ч	Ж
Ж	С	Ж	К	Б
Б	К	Ч	С	Ж

2. Отдыхая в лагере, АНЯ, БОРЯ, ВОВА, ГЕНА, ДИМА, ЕВА, ЖЕНЯ и ЗИНА решили поиграть в салочки. Вожатый считает (от Ани к Зине): «Раз, два, три – выходи». Слово «выходи» приходится на четвертого. Водить будет последний оставшийся. Кто будет водить, если:

а) **(2 балла)** ребята стоят в шеренгу, и вожатый, дойдя до последнего, продолжает счет в обратном порядке, не указывая на последнего дважды;

б) **(2 балла)** ребята стоят по кругу и вожатый постоянно считает в одном и том же направлении? Ответ объясните.

Ответ: а) Аня; б) Ева.

Решение.

а) ребята будут выходить в таком порядке: ГЕНА, ЗИНА, ВОВА, ДИМА, БОРЯ, ЕВА, ЖЕНЯ, а водить будет АНЯ.

б) ребята будут выходить в таком порядке: ГЕНА, ЗИНА, ДИМА, БОРЯ, АНЯ, ВОВА, ЖЕНЯ, а водить будет ЕВА.

3. (5 баллов) Каждого из победителей математической олимпиады награждали ТРЕМЯ книгами, а каждого призера - ДВУМЯ (диплом II степени) или ОДНОЙ (диплом III степени). Председатель жюри заметил, что если бы победителям вручали по 1 книге, получившим диплом II степени — по 3 книги, а получившим диплом III степени — по 2 книги, то потребовалось бы ещё 17 книг. Сколько человек суммарно получили дипломы II и III степени, если победителей было 9? Ответ объясните.

Ответ: 35.

Решение:

У каждого победителя «отбирают» по 2 книги, т.е. всего «отбирают» 18 книг. Каждому призеру надо добавить по 1 книге. Т.к. требуется ещё 17 книг, то всего призеров было $17+18=35$.

4. (6 баллов). На каждой из десяти карточек записали по одной цифре так, чтобы все цифры были различными. Выбрав несколько карточек, Петя составил из них два последовательных натуральных числа. Какие наибольшие числа он мог составить? Ответ объясните.

Ответ: 79 и 80.

Решение.

Пусть искомые числа — трехзначные (или больше). Тогда у этих чисел или должны быть одинаковыми первые цифры, или хотя бы две последние цифры меньшего числа должны быть девятками. Это невозможно, так как все цифры различны. Если эти два числа двузначные, то их первые цифры должны быть различны. Значит, последняя цифра меньшего из чисел равна 9, а большего — 0. Из всех возможных вариантов 79 и 80 — наибольшая пара.

5. (6 баллов) У одного из трех друзей: Львова, Волкова и Щукина дома живет кошка, у другого – собака, а третий разводит рыбок. Если у Щукина собака, то у Волкова кошка, если у Щукина кошка, то у Волкова аквариум. Если у Волкова нет собаки, то и у Львова нет собаки, если у Львова рыбки, то у Щукина – кошка. Кто у кого живет?

Ответ: У Львова кошка, у Волкова собака, а у Щукина рыбки.

Решение.

Если у Волкова нет собаки, то ее нет и у Львова, тогда собаку держит Щукин. В таком случае у Волкова кошка, а у Львова рыбки. Но по последнему условию если у Львова рыбки, то у Щукина кошка. Полученное противоречие показывает, что у Волкова есть собака. Если бы кошка жила у Щукина, то у Волкова был бы аквариум. Значит, кошку держит Львов, а рыбок – Щукин.

6. (8 баллов) Три футбольные команды после предварительного турнира вышли в финал, сохранив набранные очки (количество очков — различно). В финале они должны сыграть друг с другом по одному матчу. Известно, что если лидирующая команда не проиграет ни одного матча, то она так и останется первой, а если она проиграет оба матча, то одна из команд ее опередит. Найдите разницу в очках между первой и второй командами перед финалом, если разница в очках между второй и третьей командами больше 1. (Победа — 3 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0.). Ответ объясните.

Ответ: 3 очка.

Решение.

Если первая команда не проиграет ни одного матча, то она наберет не менее 2-х очков, а каждая из двух других – не более 4-х очков. Т.к. в этом случае у первой команды будет очков больше, чем у любой из двух других команд, то разница в очках между первой и второй командами должна быть не меньше 3-х очков. Значит, разница в очках между первой и третьей командами должна быть не меньше 5-и очков.

Если первая команда проиграет оба матча, а третья команда выиграет у второй, то вторая команда не сможет набрать очков больше, чем первая. Значит, больше первой очков должно быть у третьей. Т.к. третья команда, в случае двух побед, наберет 6 очков, то разница между первой и третьей командами должна быть меньше 6 очков, т.е. ровно 5 очков. Следовательно, разница в очках между первой и второй командами ровно 3 очка.