

# Весенний тур XXI Турнира Архимеда

1 апреля 2012.

5 класс.

Личный тур.

**1. (3 балла)** Пятиклассник Петя заметил, что если записать дату его дня рождения восьмью цифрами: сначала двумя цифрами число, потом двумя цифрам месяц и потом четырьмя цифрами год, то это число будет читаться одинаково и слева – направо, и справа – налево, а в записи будут использованы только две различные цифры. Запишите полную дату рождения Пети.

**Ответ:** 20.02.2002 (20 февраля 2002 г.).

**2. (4 балла)** Покажите, как разрезать квадрат  $4 \times 4$  (рис. 1), по линиям сетки на 5 прямоугольников так, чтобы среди них не было одинаковых.

**Ответ:** см. пример на рис. 2.

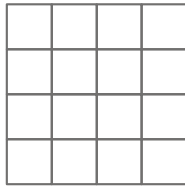


Рис. 1

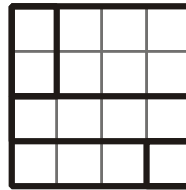


Рис. 2

**3. (5 баллов)** К Весеннему Турниру Архимеда напечатали книги с условиями и решениями задач. Если убрать 6 книг, то оставшиеся можно упаковать поровну в 59 пачек. А если допечатать ещё 28 книг, то все книги можно будет упаковать в 60 таких же пачек. Сколько книг напечатали? Ответ объясните.

**Ответ:** 2012 книг.

**Решение.** В шестидесятую пачку упакут 6 книг, не попавших в первые 59 пачек, и 28 книг, которые надо допечатать. Таким образом, в одной пачке  $6 + 28 = 34$  книги. Число напечатанных книг:  $34 \times 60 - 28 = 2012$  штук (это число можно было получить и из выражения  $34 \times 59 + 6$ ).

**4. (6 баллов)** У дракона 3 головы. Если ему отрубить голову, то вместо неё вырастет 5 новых голов. Сколько голов отрубили дракону, если сейчас у него 67 голов? Ответ объясните.

**Ответ:** 16 голов.

**Решение.** Отметим, что при отрубании одной головы общее количество голов увеличивается на 4. Так как у дракона сейчас 67 голов, то, всего количество голов увеличилось на  $67 - 3 = 64$  головы. Таким образом, дракону отрубили  $64 : 4 = 16$  голов.

**5. (7 баллов)** В некоторой стране живут Рыцари, которые всегда говорят правду, Лжецы, которые всегда врут, и Фантазёры, которые по будням говорят правду, а по выходным – врут. Однажды за круглым столом собрались 5 жителей этой страны. Четверо из них сказали: «Я и мой сосед справа – Рыцари», а пятый сказал: «Я и мой сосед справа – Лжецы». Сколько Рыцарей было за столом, и какой был день – будний или выходной? (Если какая-то часть утверждения ложна, то всё утверждение считается ложным). Ответ объясните.

**Ответ:** ни одного рыцаря, выходной день.

**Решение.** Рыцарь не может сказать: «Я и мой сосед справа – Лжецы». Значит, пятый или Лжец, или Фантазёр. Тогда, если хотя бы один из оставшихся четверых – Рыцарь, то он говорит правду и сидящий справа от него тоже Рыцарь и так далее. Тогда Рыцарем должен быть и тот, кто сказал: «Я и мой сосед справа – Лжецы», что невозможно. Следовательно, Рыцарей за столом нет.

Если пятый – Фантазёр, то он солгал, значит это был выходной день. Если пятый – Лжец, то его сосед справа должен быть Фантазёром (иначе лжецом была бы сказана правда, что невозможно). Причём этот сосед – Фантазёр солгал (назвав себя лжецом), значит, это был выходной день.

**6. (8 баллов)** Пётр и Иван одновременно начали спускаться вниз по идущему эскалатору, наступая на каждую ступеньку. Собственная скорость Петра в три раза больше собственной скорости Ивана. Когда каждый из них сошёл с эскалатора, выяснилось, что Пётр прошёл 75 ступенек, а Иван – 50 ступенек.

Во сколько раз дольше спускался по эскалатору Иван? Сколько ступенек пришлось бы пройти каждому из них, если бы эскалатор стоял?

**Ответ:** в два раза дольше, 100 ступенек.

**Решение.** В тот момент, когда Пётр спустился с эскалатора, Иван прошёл 25 ступенек (в три раза меньше Петра). После этого он прошёл ещё столько же ступенек и таким образом шел по эскалатору в два раза больше.

Когда Пётр сошёл с эскалатора, между ним и Иваном было 50 ступенек. После этого Иван прошёл 25 ступенек, и за это же время эскалатор «провёз» его на  $50 - 25 = 25$  ступенек. Таким образом, собственные скорости Ивана и эскалатора равны. Значит, эскалатор и Петра «провёз» 25 ступенек, и, если бы эскалатор стоял, Петр прошел бы  $75 + 25 = 100$  ступенек.