Архимед — 2026, физика

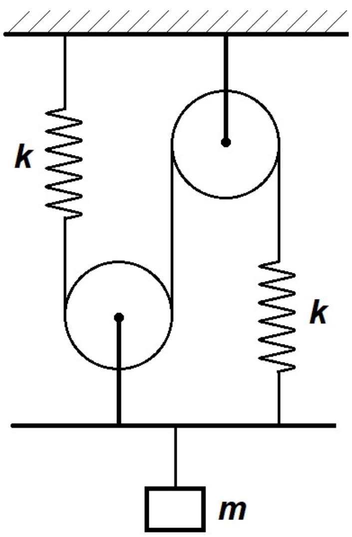
7 класс

1. Суточные часы отличаются от обычных тем, что у них циферблат разбит не на 12, а на 24 часа. При этом минутная стрелка делает один оборот за 60 минут, а часовая – за сутки, т.е. за 24 часа. В 12 часов дня часовая и минутная стрелки совпадают. Через какое время стрелки снова окажутся на одной прямой линии? Дайте ответ с точностью до секунд.

   Решение. Будем измерять скорости стрелок в минутных делениях в час по обычным часам. Тогда минутная стрелка движется со скоростью 60 дел./час, а часовая – со скоростью 2.5 дел./час. Минутная стрелка убегает от часовой со скоростью $v = 60 - 2.5 = 57.5$ дел./час. Стрелки выстроятся на одну прямую когда расстояние между ними станет равным 30 делениям. Для этого потребуется время

$$t = \frac{30\,\text{дел.}}{57.5\,\text{дел./час}} = \frac{30 \cdot 2}{115}\ \text{час} = \frac{12}{23}\ \text{час} = \frac{12 \cdot 3600}{23}\ \text{с} \approx 1878\ \text{с}\,.$$

   Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. Верно указана скорость с которой минутная стрелка убегает от часовой (возможно, в других единицах измерения) – 2 балла. Верно записано уравнение для времени движения – 1 балл. Верно решено это уравнение и получен ответ в часах или минутах – 1 балл. Сделан правильный перевод в секунды и получен правильный ответ – 1 балл.

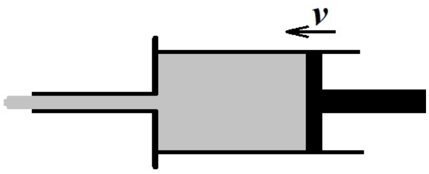
2. 

   В схеме, изображенной на рисунке, обе пружины имеют коэффициент жесткости k, а горизонтальная пластина внизу всегда расположена горизонтально. Какой массы m груз нужно подвесить к этой пластине, чтобы она сдвинулась вниз на расстояние x ? Блоки считайте невесомыми, а нить невесомой и нерастяжимой.

   Решение. Если пластина сдвинулась вниз на расстояние x, то длина каждого из трех вертикальных участков нити увеличится тоже на x, а вся длина нити увеличится на $3x$. При этом каждая пружина увеличит свою длину на $3x/2$. Сила натяжения нити при этом будет $F = k\cdot(3x/2)$. Правая нить действует на пластину именно с такой силой, а левая нить – с силой $2F$. Суммарная сила $3F$ равна весу груза mg. Отсюда $mg = k \cdot (9x/2)$ и, значит,

$$m = \frac{9kx}{2g}.$$

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. Правильно найдено общее удлинение нити – 2 балла. Правильно найдены силы, действующие на пластину – еще 2 балла. Правильно записанный ответ – еще 1 балл.

3. 

В широкий цилиндр диаметра $D = 5$ см, заполненный водой, вставлен поршень, который может в нем свободно перемещаться. Этот цилиндр соединен с тонким цилиндром диаметра $d = 2$ см. На поршень начинают давить так, что он перемещается в цилиндре со скоростью $v = 10$ см/с (см. рис.). Какая масса воды вытекает каждую секунду из тонкого цилиндра? С какой скоростью вытекает вода?

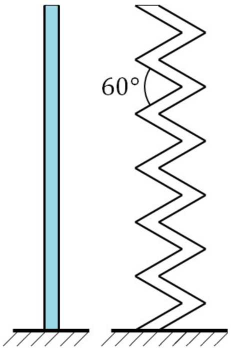
Указание. Площадь круга диаметра D равна $\pi D^2/4$. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

Решение. Объем воды, протекающей через поперечное сечение каждого каждого цилиндра в единицу времени остается постоянным:

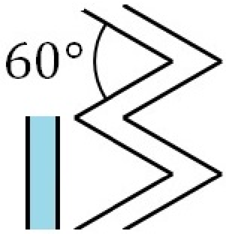
$$\frac{\pi D^2}{4} \cdot vt = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_1 t = \frac{m}{\rho}.$$

Из первого равенства находим $v_1 = vD^2/d^2 = 62.5$ см/с, а из второго $m/t = \pi D^2 v\rho/4 = 196$ г/с.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. За любое правильное объяснение того, что объемы, протекающие в обоих цилиндрах совпадают – 2 балла. За любое правильное объяснение того, что скорость течения пропорциональна квадрату диаметра – 1 балл. За правильные численные значения каждого из ответов – по 1 баллу.

4. 

В длинной узкой трубке находится лед, который заполняет ее до самого верха. Давление льда на дно трубки равно половине атмосферного. Лед расплавляют и заливают воду в зигзагообразный сосуд, представляющий собой длинную узкую трубку такого же поперечного сечения с углом между зигзагами 60°. Чему будет равно давление столба воды на дно сосуда?

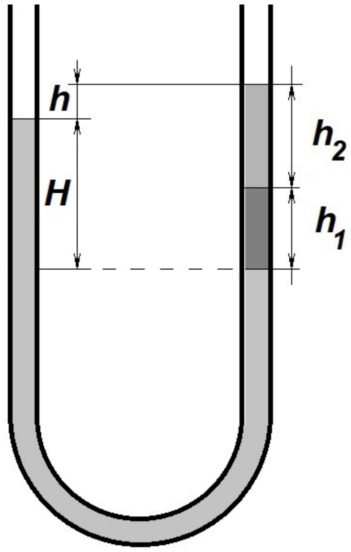


Решение. Поскольку угол между коленами зигзагообразной трубки равен 60°, то длина каждого такого зигзага вдвое больше его высоты (см. рис.). Если расплавить лед в цилиндре, то давление получившейся воды на дно не изменится, т.к. масса воды равна массе льда. Если теперь залить эту воду в зигзагообразную трубку, то высота столба жидкости уменьшится в 2 раза, а, значит, в 2 раза уменьшится и ее давление на дно сосуда. Давление воды станет равным 0.25 атмосферного.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. За правильный вывод, что длина зигзага вдвое больше его размера по вертикали – 2 балла. За правильное объяснение того, что после плавления льда давление получившейся из него воды на дно сосуда не изменится – 2 балла. За правильный численный ответ – еще 1 балл.

Архимед — 2026, физика

8 класс

1. 

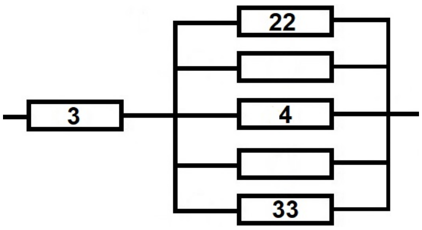
В высокий U-образный сосуд налили воду. Затем в правое колено долили сверху $h_1 = 10$ см тетрахлорида углерода, плотность которого $\rho_1 = 1.6$ г/см^3 и затем еще $h_2 = 15$ см бензина с плотностью $\rho_2 = 0.7$ г/см^3. Жидкости разделены тонкими прокладками, так что они не смешиваются. Плотность воды равна $\rho_3 = 1$ г/см^3. Найдите разность уровней жидкости в коленах трубки. В каком колене: правом или левом уровень жидкости выше?

Решение. Запишем давление столба жидкости на уровне нижней границы тетрахлорида углерода:

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \rho g H\,,$$

где H – высота столба воды в левом колене, ρ – плотность воды. Из этого уравнения найдем: $H = 26.5$ см. Поскольку $h_1 + h_2 = 25$ см, в левом колене уровень жидкости будет выше на $h = 1.5$ см.

Критерии. Всего за задачу – 4 балла. Правильно записано уравнение равновесия – 2 балла. Правильно решено это уравнение – 1 балл. Правильно вычислен ответ – еще 1 балл.

2. 

В схеме, изображенной на рисунке, числа означают сопротивления резисторов в Омах. Общее сопротивление всего участка равно 5 Ом. Известно, что сопротивления резисторов, на которых нет обозначений, отличаются всего на 1 Ом. Найдите бо́льшее из этих сопротивлений.

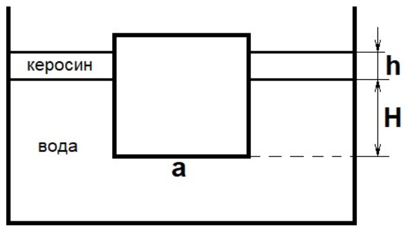
Решение. Сопротивление участка с параллельно соединенными резсторами равно 2 Ом. Задача сводится к решению уравнения:

$$\frac{1}{22} + \frac{1}{4} + \frac{1}{33} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}\,.$$

Его корни: 12 и 11/23. Во втором случае меньшее сопротивление окажется отрицательным. Поэтому ответ: 12 Ом.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. Правильно записано уравнение – 2 балла. Правильно решено уравнение – 2 балла. Указано, что в одном случае меньшее сопротивление получается отрицательным – еще 1 балл.

3. В широкий сосуд налили слой воды высотой 10 см, а сверху долили слой керосина высотой $h = 2$ см (эти жидкости не смешиваются). Затем в этот сосуд опустили кубик из дуба со стороной $a = 10$ см. Какая часть объема кубика будет погружена в воду? Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, плотность керосина $\rho_2 = 800$ кг/м^3, а плотность свежеспиленного дуба $\rho_3 = 900$ кг/м^3.



Решение. Трудно догадаться, что кубик плавает в сосуде, выступая частично над уровнем керосина (см. рис.). Тогда сила Архимеда действует не на весь объем кубика. В равновесии сила Архимеда равна весу кубика:

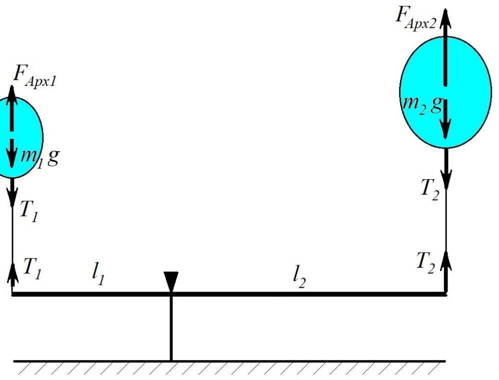
$$\rho_3 a^3 g = \rho_1 g a^2 H + \rho_2 g a^2 h\,,$$

откуда найдем

$$H = \frac{\rho_3 a - \rho_2 h}{\rho_1} = 7.4 \text{ см}$$

Поскольку сторона кубика равна 10 см, то он плавает погруженным в воду на 74% своего объема и на 0.6 см выступает над уровнем керосина.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. За догадку, что часть кубика может находиться выше уровня керосина – 2 балла. За правильную запись уравнения равновесия, где сила Архимеда равна весу кубика – 2 балла. За правильный численный ответ – еще 1 балл.

4. 

Два воздушных шарика разных размеров уравновешены на рычажных весах (см. рис.), причём $V_1 < V_2$ и $l_1 < l_2$. Что будет происходить с этой системой, если ее поместить под колокол воздушного насоса и повысить давление воздуха до 2 атмосфер? А что будет, если понизить давление до половины атмосферного? Объясните свой ответ.

Решение. Запишем уравнение равновесия рычага в начальный момент:

$$T_1 \cdot l_1 = T_2 \cdot l_2\,,$$

а уравнение равновесия каждого шарика:

$$F_{\text{Арх}} - mg - T = 0\,.$$

Отсюда

$$l_1 \cdot (F_{\text{Арх1}} - m_1 g) = l_2 \cdot (F_{\text{Арх2}} - m_2 g)\,.$$

На шарик большего размера действует и бо́льшая архимедова выталкивающая сила со стороны окружающего воздуха. Кроме того, архимедова выталкивающая сила пропорциональна плотности окружающего воздуха, которая, в свою очередь, увеличивается пропорционально увеличению давления. Таким образом, если внешнее давление возрастёт вдвое, то выталкивающие силы, действующие на шарики, изменятся, причём каждая возрастёт в два раза:

$$F'_{\text{Арх1}} = 2 \cdot F_{\text{Арх1}} = 2 \cdot \rho g V_1$$

$$F'_{\text{Арх2}} = 2 \cdot F_{\text{Арх2}} = 2 \cdot \rho g V_2\,,$$

где ρ – это плотность окружающего воздуха до повышения давления.

Чтобы понять, в какую сторону перевесит рычаг после повышения давления, предположим, что сами шарики остались в равновесии, и вычислим, момент какой из сил натяжения нитей будет в таком случае больше.

Новые условия равновесия для шариков запишем так:

$$F'_{\text{Арх1}} - m_1 g - T'_1 = 0\,,$$

$$F'_{\text{Арх}2} - m_2 g - T'_2 = 0\,.$$

Тогда слева на рычаг действует момент, вращающий по часовой стрелке, и равный

$$l_1 \cdot T'_1 = l_1 \cdot (F'_{\text{Арх}1} - m_1 g) = l_1 \cdot (2 \cdot F_{\text{Арх}1} - m_1 g) = l_1 \cdot (F_{\text{Арх}1} - m_1 g) + l_1 \cdot F_{\text{Арх}1}$$

А справа момент, вращающий против часовой стрелки:

$$l_2 \cdot T'_2 = l_2 \cdot (F'_{\text{Арх}2} - m_2 g) = l_2 \cdot (2 \cdot F_{\text{Арх}2} - m_2 g) = l_2 \cdot (F_{\text{Арх}2} - m_2 g) + l_2 \cdot F_{\text{Арх}2}$$

Первые слагаемые в каждом из моментов слева и справа равны, так как изначально рычаг находился в равновесии. При этом по условию $l_1 < l_2$ и $V_1 < V_2$, а значит $F_{\text{Арх}1} < F_{\text{Арх}2}$. Тогда можно однозначно утверждать, что момент сил слева меньше, чем справа. Отсюда можно заключить, что большой шарик будет подниматься вверх, и рычаг будет вращаться против часовой стрелки.

Рассмотрим теперь и другой случай, если внешнее давление воздуха понизили в два раза. Тогда

$$F'_{\text{Арх}1} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{Арх}1} = \frac{1}{2} \cdot \rho g V_1$$
$$F'_{\text{Арх}2} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{Арх}2} = \frac{1}{2} \cdot \rho g V_2\,,$$

Момент сил, действующий на рычаг слева:

$$l_1 \cdot T'_1 = l_1 \cdot (F'_{\text{Арх}1} - m_1 g) = l_1 \cdot (\frac{1}{2} \cdot F_{\text{Арх}1} - m_1 g) = l_1 \cdot (F_{\text{Арх}1} - m_1 g) - \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot F_{\text{Арх}1}$$

А справа момент, вращающий против часовой стрелки:

$$l_2 \cdot T'_2 = l_2 \cdot (F'_{\text{Арх}2} - m_2 g) = l_2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot F_{\text{Арх}2} - m_2 g) = l_2 \cdot (F_{\text{Арх}2} - m_2 g) - \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot F_{\text{Арх}2}$$

Так как $l_1 \cdot F_{\text{Арх}1} < l_2 \cdot F_{\text{Арх}2}$, а первые слагаемые в выражениях для моментов равны, то момент сил слева больше момента сил справа. Таким образом, в этом случае маленький шарик будет подниматься вверх и рычаг будет вращаться по часовой стрелке.

Заметим, что в условии задачи не даны никакие конкретные соотношения, связывающие массу шариков с силой Архимеда, действующую на них.

Могло оказаться, что при понижении атмосферного давления сила Архимеда ослабевает настолько, что шарики начнут падать, т.к. mg станет больше чем $F_{\text{арх}}$. Это происходит в том случае, если $mg > F'_{\text{арх}} = \frac{1}{2}\rho V g$, то есть при $m_1 > \frac{1}{2}\rho V_1$ или $m_2 > \frac{1}{2}\rho V_2$. В решении было показано, что при уменьшении атмосферного давления момент силы T_1 оставался большим, чем момент силы T_2, тогда T_2 обнулится раньше, чем T_1. Значит возможны только 3 случая:

(a) Обе силы натяжения останутся положительными – этот вариант разобран подробно в решении;

(b) Обе силы натяжения обнуляются, тогда никаких сил действующих на рычаг не будет, поэтому он останется в равновесии. (Так же засчитывался ответ, что он начнет поворачиваться по часовой стрелке, т.к. центр масс рычага правее точки опоры);

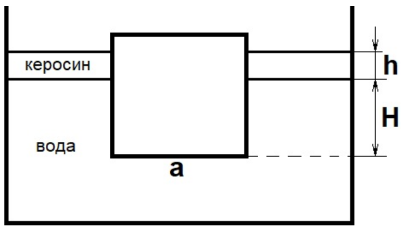
(c) Сила натяжения T_2 обнулится, тогда момент силы T_1 начнет вращать рычаг по часовой стрелке. (Туда же, куда и потенциальная сила тяжести рычага, которая в решении не учитывалась).

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильное рассмотрение первого случая давалось 5 баллов. За вывод, что на больший шарик действует и бо́льшая сила Архимеда – 2 балла. За вывод, что при увеличении внешнего давления больший шарик начнет подниматься – 2 балла. За вывод, что при уменьшении давления больший шарик начнет опускаться – 1 балл. Плюс 1 балл получают участники за верные рассуждения по 2 и 3 случаю.

Архимед — 2026, физика

9 класс

1. В широкий сосуд налили слой воды высотой 10 см, а сверху долили слой керосина высотой $h = 2$ см (эти жидкости не смешиваются). Затем в этот сосуд опустили кубик из дуба со стороной $a = 10$ см. Какая часть объема кубика будет погружена в воду? Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, плотность керосина $\rho_2 = 800$ кг/м^3, а плотность свежеспиленного дуба $\rho_3 = 900$ кг/м^3. (Сосуд достаточно широкий, так что после опускания кубика толщина слоя керосина не изменяется.)



Решение. Трудно догадаться, что кубик плавает в сосуде, выступая частично над уровнем керосина (см. рис.). Тогда сила Архимеда действует не на весь объем кубика. В равновесии сила Архимеда равна весу кубика:

$$\rho_3 a^3 g = \rho_1 g a^2 H + \rho_2 g a^2 h\,,$$

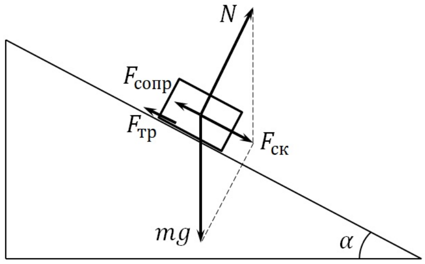
откуда найдем

$$H = \frac{\rho_3 a - \rho_2 h}{\rho_1} = 7.4 \text{ см}$$

Посколькку сторона кубика равна 10 см, то он плавает погруженным в воду на 74% своего объема и на 0.6 см выступает над уровнем керосина.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. За догадку, что часть кубика может находиться выше уровня керосина – 2 балла. За правильную запись уравнения равновесия, где сила Архимеда равна весу кубика – 2 балла. За правильный численный ответ – еще 1 балл.

2. На зимних каникулах Маша поехала в лагерь учиться спортивному катанию на санках. Сначала она каталась на учебной трассе с углом наклона $\alpha_1 = 10°$ и смогла разгоняться там до скорости $v_1 = 10$ м/с. Научившись, она отправилась на спортивную трассу с углом наклона $\alpha_2 = 15°$ и там смогла разогнаться до скорости $v_2 = 14$ м/с. С какой силой должна Маша тянуть свои санки, чтобы вручную затащить их на спортивную горку? Масса Маши $M = 50$ кг, масса санок $m = 3$ кг, сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости, а снег на всех трассах одинаковый.



Решение. При движении Маши по склону (см. рис.) на нее действует вниз вдоль склона скатывающая сила, а вверх вдоль склона сила трения и сила сопротивления воздуха. Поскольку Маша движется в обоих случаях с постоянной скоростью, то сумма этих сил равна нулю и можно записать для обоих случаев уравнения движения:

$$(M+m)g\sin\alpha_1 - \mu(M+m)g\cos\alpha_1 - kv_1^2 = 0\,,$$

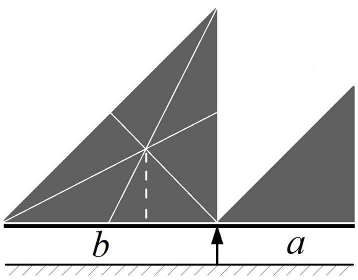
$$(M+m)g\sin\alpha_2 - \mu(M+m)g\cos\alpha_2 - kv_2^2 = 0\,.$$

Из этих двух уравнений найдем два коэффициента: μ и k. Из них нам нужен только k.

Когда Маша будет затаскивать свои санки на горку она должна будет преодолевать скатывающую силу и силу трения, т.е.

$$F = mg\sin\alpha_2 + \mu mg\cos\alpha_2 = 7.76 + 2.45 \approx 10.2\,\text{Н}\,.$$

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильную догадку, что на склоне действует сила трения — 1 балл. За правильную запись системц из двух уравнений — 2 балла. За правильное решение этой системы — 2 балла, За правильную формулу для силы, необходимой для затаскивания санок — еще 1 балл.

3. 

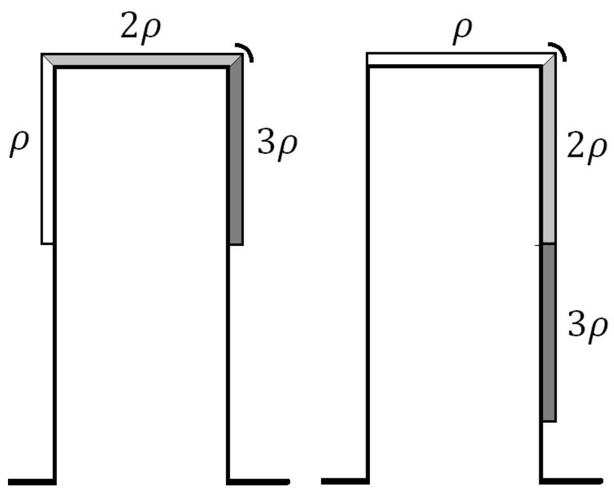
Два сплошных прямоугольных равнобедренных треугольника из фанеры установили на рычаг так, как показано на рисунке. Стороны треугольников равны a и b. При каком отношении a/b система будет находиться в равновесии?

Решение. Центр тяжести треугольника находится, как известно, в точке пересечения медиан. А они делятся этой точкой в отношении $2:1$, считая от вершины. И тогда из теоремы Фалеса мы получаем, что для треугольника со стороной b плечо силы тяжести равно $b/3$, а для треугольника со стороной a – $2a/3$. Если обозначить поверхностную плотность треугольников σ и учесть, что вес треугольника равен σSg, то условие равновесия рычага запишется в виде:

$$\sigma\ \frac{b^2}{2}\, g \cdot \frac{b}{3} = \sigma\ \frac{a^2}{2}\, g \cdot \frac{2a}{3}\,,$$

откуда $b/a = \sqrt[3]{2}$.

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильное геометрическое обоснование (свойства медиан и теорема Фалеса) – 2 балла. За правильное увеждение, что масса треугольника пропорциональна его площади – 1 балл. За правильную запись уравнения моментов – 2 балла. За правильное решение уравнения моментов и получение правильного ответа – 1 балл.

4. 

На высоком столе шириной d = 50 см лежит цепочка длиной $l = 3d = 1.5$ м, сделанная из трех частей одинаковой длины: левая часть из алюминия, средняя – из германия, а правая – из стали, так что их плотности (и массы) относятся как 1 : 2 : 3 (см. рис.). Цепочку отпускают и она начинает соскальзывать со стола. Какую скорость она приобретет, когда на столе останется только алюминиевая часть?

Решение. На рисунке справа показано положение после соскальзывания цепочки. При этом центр масс алюминиевой части поднялся вверх на $l/6$, центр масс средней части из германия опустился вниз на $l/6$, а часть из стали опустилась вниз на $l/3$. Общая потенциальная энергия цепочки уменьшилась и, по закону сохранения энергии, на столько же увеличилась ее кинетическая энергия. Тогда по закону сохранения энергии

$$-mg\ \frac{l}{6} + 2mg\ \frac{l}{6} + 3mg\ \frac{l}{3} = \frac{(m + 2m + 3m)v^2}{2}\,,$$

откуда

$$v = \frac{\sqrt{14gl}}{6} = \frac{\sqrt{14 \cdot 10 \cdot 1.5}}{6} = 2.4\ \text{м/с}\,.$$

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильное изменение отенциальной энергии каждой части цепочки – по 1 баллу. За правильную запись закона сохранения энергии (с правильными знаками членов!) – 2 балла. За правильно полученный численный ответ – еще 1 балл.

Архимед — 2026, физика

10 класс

1. Из супер-пушки вертикально вверх выпустили снаряд со скоростью $v = 9$ км/с. В верхней точке полета снаряд разорвался на два осколка с отношением масс $2 : 1$. Тяжелый осколок полетел вертикально вверх и поднялся до высоты $H = 15000$ км. С какой скоростью упадет на Землю легкий осколок? Считайте, что Земля не вращается, ее радиус $R = 6370$ км, а ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с^2.

   Решение. Подъем снаряда найдем из закона сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v^2}{2} - \frac{GMm_1}{R} = -\frac{GMm_1}{R+h},$$

   где M – масса Земли, а R – ее радиус. Массу Земли можно найти из уравнения для ускорения силы тяжести:

$$g = \frac{GM}{R^2}.$$

   Отсюда высота подъема $h = 11800$ км.

   В верхней точке снаряд разорвался на два осколка и по закону сохранения импульса скорость легкого осколка будет в два раза больше, чем у тяжелого. Скорость тяжелого осколка можно найти из закона сохранения энергии:

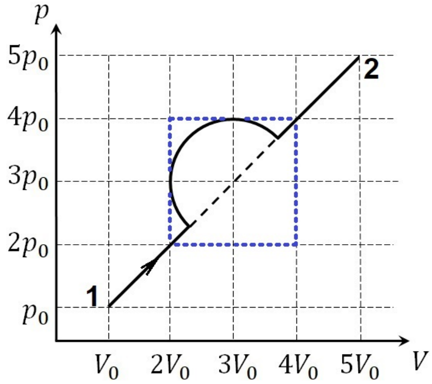
$$\frac{m_2 v_1^2}{2} - \frac{GMm_2}{R+h} = -\frac{GMm_2}{R+H}.$$

   откуда $v_1 = 1800$ м/с. В точке разрыва скорость легкого осколка в два раза больше. Скорость падения его на Землю можно тоже найти из закона сохранения энергии:

$$\frac{m_3(2v_1)^2}{2} - \frac{GMm_3}{R+h} = -\frac{GMm_3}{R} + \frac{m_3 v_2^2}{2},$$

   откуда $v_2 = 9700$ м/с.

   Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За каждый правильно записанный закон сохранения – 1 балл, всего 4 балла. За правильное решение всех уравнений – 1 балл, если правильно решена только часть уравнений, то 0 баллов. За правильный численный ответ – 1 балл (в ответе допускается больше значащих цифр).

2. 

С одним молем гелия провели процесс $1-2$, изображенный на рисунке. Найдите тепловой баланс этого процесса, т.е. полученное газом тепло минус отданное. Криволинейная часть процесса в указанных координатах представляет собой дугу окружности. Начальная температура гелия $T_0 = 25$ K.

Решение. Согласно Первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$, где ΔU – изменение внутренней энергии, а A – совершенная газом работа. Изменение внутренней энергии является полным дифференциалом и легко вычисляется по начальному и конечному состояниям газа:

$$\Delta U = c_v \nu (T_2 - T_1) = \frac{c_v\,(5p_0 \cdot 5V_0 - p_0V_0)}{R} = \frac{3R \cdot 24p_0V_0}{2R} = 36p_0V_0\,.$$

Совершенная газом работа равна площади под графиком процесса в координатах $p-V$. Эта площадь состоит из двух частей: трапеции и половины круга. Круг в указанном масштабе вписан в квадрат, площадь которого равна $2p_0 \cdot 2V_0$, поэтому площадь половины круга можно записать как $S = 2p_0 \cdot 2V_0 \cdot \pi/4 = \pi p_0 V_0/2$. Тогда

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6p_0 \cdot 4V_0 + \frac{\pi p_0 V_0}{2} = p_0V_0 \left(12 + \frac{\pi}{2}\right)\,.$$

Тепловой баланс процесса

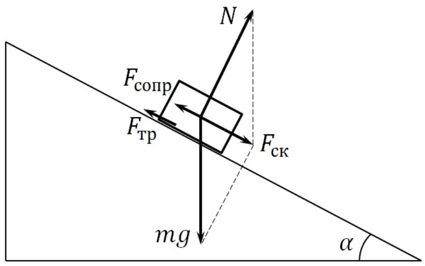
$$Q = \Delta U + A = p_0V_0 \left(48 + \frac{\pi}{2}\right)\,.$$

Выражая p_0V_0 из уравнения состояния $p_0V_0 = \nu R T_0$ получаем:

$$Q = \nu R T_0 \left(48 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 10300 \text{ Дж}\,.$$

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильную запись Первого начала термодинамики – 1 балл. За правильное вычисление изменения внутренней энергии – 1 балл. За правильное вычисление работы – 2 балла, За правильную запись конечной формулы для теплового баланса – 1 балл. За правильные выполненные вычисления – 1 балл. Если задача решена "по действиям", то аналогичное количество баллов за каждое "действие".

3. На зимних каникулах Маша поехала в лагерь учиться спортивному катанию на санках. Сначала она каталась на учебной трассе с углом наклона $\alpha_1 = 10^\circ$ и смогла разгоняться там до скорости $v_1 = 10$ м/с. Научившись, она отправилать на спортивную трассу с углом наклона $\alpha_2 = 15^\circ$ и там смогла разогграться до скорости $v_2 = 14$ м/с. С какой силой должна Маша тянуть свои санки, что вручную затащить их на спортивную горку? Масса Маши $M = 50$ кг, масса санок $m = 3$ кг, сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости, а снег на всех трассах одинаковый.



Решение. При движении Маши по склону (см. рис.) на нее действует вниз вдоль склона скатывающая сила, а вверх вдоль склона сила трения и сила сопротивления воздуха. Поскольку Маша движется в обоих случаях с постоянной скоростью, то сумма этих сил равна нулю и можно записать для обоих случаев уравнения движения:

$$(M+m)g\sin\alpha_1 - \mu(M+m)g\cos\alpha_1 - kv_1^2 = 0\,,$$

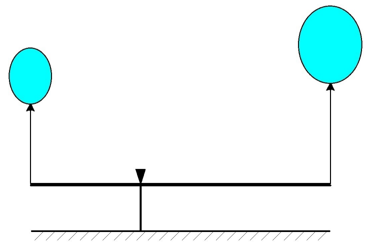
$$(M+m)g\sin\alpha_2 - \mu(M+m)g\cos\alpha_2 - kv_2^2 = 0\,.$$

Из этих двух уравнений найдем два коэффициента: μ и k. Из них нам нужен только k.

Когда Маша будет затаскивать свои санки на горку она должна будет преодолевать скатывающую силу и силу трения, т.е.

$$F = mg\sin\alpha_2 + \mu mg\cos\alpha_2 = 7.76 + 2.45 \approx 10.2\,\text{Н}\,.$$

Критерии. Всего за задачу – 6 баллов. За правильную догадку, что на склоне действует сила трения — 1 балл. За правильную запись системы из двух уравнений — 2 балла. За правильное решение этой системы — 2 балла, За правильную формулу для силы, необходимой для затаскивания санок — еще 1 балл.

4. 

Два воздушных шарика разных размеров уравновешены на рычажных весах (см. рис.). Оболочка шариков мягкая и растяжимая, так что давление в шарике равно внешнему давлению. Температура остается постоянной. Что будет происходить с этой системой, если ее поместить под колокол воздушного насоса и повысить давление воздуха до 2 атмосфер? А что будет, если понизить давление до половины атмосферного? Объясните свой ответ.

Решение. Поскольку оболочка шариков мягкая и растяжимая, а температура постоянна, то воздух внутри шарика подчиняется уравнению Бойля–Мариотта: $pV = \mathrm{const}$, т.е. V обратно пропорционально p. Из уравнения состояния плотность окружающего воздуха $\rho = p\mu/(RT)$, т.е. ρ пропорционально p. Тогда сила Архимеда $F_A = \rho g V$ от давления не зависит. Вес газа в шариках также не меняется. Значит, равновесие не нарушится.

Критерии. Всего за задачу – 5 баллов. За вывод, что архимедова сила не зависит от внешнего давления – 2 балла. За вывод, что при увеличении давления равновесие не нарушится – 2 балла. За вывод, что при уменьшении давления равновесие также не нарушится – 1 балл.